Prof. Dr. Alfred Toth

Gerichtete quadralektische Mengen

1. Wir gehen aus von den in der folgenden Tabelle aus Toth (2011) auf Grund von Kaehr (2011) und eigenen Vorarbeiten zusammengestellten Korrespondenzen:

oS	$\leftrightarrow$	Q (.0.)	$\leftrightarrow$	oI	$\leftrightarrow$	└
sO	$\leftrightarrow$	M (.1.)	$\leftrightarrow$	iO	$\leftrightarrow$	┘
oO	$\leftrightarrow$	O (.2.)	$\leftrightarrow$	oO	$\leftrightarrow$	┌
sS	$\leftrightarrow$	I (.3.)	$\leftrightarrow$	iI	$\leftrightarrow$	┐

Dabei wird also eine tetradisch-tetravalente Zeichenklasse der allgemeinen Form

$ZR = (3.a\ 2.b\ 1.c\ 0.d)$ mit $a,...,d \in \{0, 1, 2, 3\}$

vorausgesetzt. Wie in Toth (2010) aufgewiesen, kann eine konstante (d.h. nicht permutierte) Mengen mit direktiver Indizierung in 6 Kombinationen aufscheinen, wenn von den beiden Basis-Richtung → und ← ausgegangen wird und wenn auch die Domänen und Codomänen der Abbildungen (Richtungen) konstant gehalten werden:

$(3_{\rightarrow a}\ 2_{\rightarrow b}\ 1_{\rightarrow c})$

$(3_{\rightarrow a}\ 2_{\rightarrow b}\ 1_{\leftarrow c})$

$(3_{\rightarrow a}\ 2_{\leftarrow b}\ 1_{\leftarrow c})$

$(3_{\leftarrow a}\ 2_{\leftarrow b}\ 1_{\leftarrow c})$

$(3_{\leftarrow a}\ 2_{\rightarrow b}\ 1_{\rightarrow c})$

$(3_{\leftarrow a}\ 2_{\leftarrow b}\ 1_{\rightarrow c})$

2. Dieses auf den ersten Blick vollständige System ist jedoch defektiv, wenn man sich bewusst macht, dass hier nur folgende Korrespondenzen vorliegen:

$\rightarrow := \emptyset \rightarrow O$

$\leftarrow := I \leftarrow \emptyset$

Es gibt also bei jedem Morphismus nur die Richtung hin-aus oder her-ein, es fehlt, linguistisch gesagt, das her-aus sowie das hin-ein, d.h. die beiden topologischen Funktionen I(O) und O(I):

$\rightleftarrows := \emptyset \rightleftarrows OI$

$\leftrightarrows := \emptyset \leftrightarrows IO$

Anstatt mit hochdt. hin-aus/her-ein und her-aus/hin-ein funktioniert der Vergleich der 4 Abbildungen perfekt mit den Entsprechungen des Walserdt.:

$\rightarrow := \emptyset \rightarrow O$ "us-e"	$\rightleftarrows := \emptyset \rightleftarrows OI$ "us-i"
$\leftarrow := I \leftarrow \emptyset$ "in-e"	$\leftrightarrows := \emptyset \leftrightarrows IO$ „in-i"

bei –e "vom Sprecher weg" (her-) und –i „zum Sprecher hin" (hin-) bedeutet. Demzufolge gibt es also ohne Permutationen bei einer tetradischen Mengen nicht nur 6, sondern 2 mal 10 vollständige Richtungskombinationen:

$(3_{\rightarrow a}\ 2_{\rightarrow b}\ 1_{\rightarrow c}\ 0_{\rightarrow d})$	$(3_{\rightarrow a}\ 2_{\leftarrow b}\ 1_{\leftarrow c}\ 0_{\leftarrow d})$
$(3_{\rightarrow a}\ 2_{\rightarrow b}\ 1_{\leftarrow c}\ 0_{\rightarrow d})$	$(3_{\leftarrow a}\ 2_{\leftarrow b}\ 1_{\leftarrow c}\ 0_{\leftarrow d})$
$(3_{\rightarrow a}\ 2_{\leftarrow b}\ 1_{\rightarrow c}\ 0_{\rightarrow d})$	$(3_{\leftarrow a}\ 2_{\rightarrow b}\ 1_{\rightarrow c}\ 0_{\rightarrow d})$
$(3_{\leftarrow a}\ 2_{\rightarrow b}\ 1_{\rightarrow c}\ 0_{\rightarrow d})$	$(3_{\leftarrow a}\ 2_{\rightarrow b}\ 1_{\rightarrow c}\ 0_{\leftarrow d})$
$(3_{\rightarrow a}\ 2_{\rightarrow b}\ 1_{\leftarrow c}\ 0_{\leftarrow d})$	$(3_{\leftarrow a}\ 2_{\rightarrow b}\ 1_{\leftarrow c}\ 0_{\leftarrow d})$

$(3\rightleftarrows_{a}\ 2\rightleftarrows_{b}\ 1\rightleftarrows_{c}\ 0\rightleftarrows_{d})$	$(3\rightleftarrows_{a}\ 2\leftrightarrows_{b}\ 1\leftrightarrows_{c}\ 0\leftrightarrows_{d})$
$(3\rightleftarrows_{a}\ 2\rightleftarrows_{b}\ 1\leftrightarrows_{c}\ 0\rightleftarrows_{d})$	$(3\leftrightarrows_{a}\ 2\leftrightarrows_{b}\ 1\leftrightarrows_{c}\ 0\leftrightarrows_{d})$

$(3\rightleftarrows_a\ 2_{\leftarrow b}\ 1\rightleftarrows_c\ 0\rightleftarrows_d)$ $(3\leftrightarrows_a\ 2\rightleftarrows_b\ 1\rightleftarrows_c\ 0\rightleftarrows_d)$

$(3\leftrightarrows_a\ 2\rightleftarrows_b\ 1\rightleftarrows_c\ 0\rightleftarrows_d)$ $(3\leftrightarrows_a\ 2\rightleftarrows_b\ 1\rightleftarrows_c\ 0\leftrightarrows_d)$

$(3\rightleftarrows_a\ 2\rightleftarrows_b\ 1\leftrightarrows_c\ 0\leftrightarrows_d)$ $(3\leftrightarrows_a\ 2\rightleftarrows_b\ 1\leftrightarrows_c\ 0\leftrightarrows_d)$

3. Quadralektische Closure-Gesetze

1.1	$\varnothing^{\rightarrow} = c(\varnothing^{\rightarrow})$	2.1	$c(c(x^{\rightarrow})) \subseteq c(x^{\rightarrow})$
1.2	$\varnothing^{\rightarrow} \neq c(\varnothing^{\leftarrow})$	2.2	$c(c(x^{\rightarrow})) \subseteq c(x^{\leftarrow})$
1.3	$\varnothing^{\leftarrow} \neq c(\varnothing^{\rightarrow})$	2.3	$c(c(x^{\leftarrow})) \subseteq c(x^{\rightarrow})$
1.4	$\varnothing^{\leftarrow} = c(\varnothing^{\leftarrow})$	2.4	$c(c(x^{\leftarrow})) \subseteq c(x^{\leftarrow})$

1.5	$\varnothing\rightleftarrows = c(\varnothing\rightleftarrows)$	2.5	$c(c(x\rightleftarrows)) \subseteq c(x\rightleftarrows)$
1.6	$\varnothing\rightleftarrows \neq c(\varnothing\leftrightarrows)$	2.6	$c(c(x\rightleftarrows)) \subseteq c(x\leftrightarrows)$
1.7	$\varnothing\leftrightarrows \neq c(\varnothing\rightleftarrows)$	2.7	$c(c(x\leftrightarrows)) \subseteq c(x\rightleftarrows)$
1.8	$\varnothing\leftrightarrows = c(\varnothing\leftrightarrows)$	2.8	$c(c(x\leftrightarrows)) \subseteq c(x\leftrightarrows)$

3.1	$x\rightleftarrows \subseteq c(x\rightleftarrows)$	4.1	$c(x\rightleftarrows) \cup c(y\rightleftarrows) = c(x\rightleftarrows \cup y^{v})$
3.2	$x\rightleftarrows \not\subset c(x\leftrightarrows)$	4.2	$c(x\rightleftarrows) \cup c(y\leftrightarrows) = c(x\rightleftarrows \cup y\leftrightarrows)$
3.3	$x^{\leftarrow} \not\subset c(x\rightleftarrows)$	4.3	$c(x\leftrightarrows) \cup c(y\rightleftarrows) = c(x\leftrightarrows \cup y\rightleftarrows)$
3.4	$x^{\leftarrow} \subseteq c(x^{\leftarrow})$	4.4	$c(x\leftrightarrows) \cup c(y\leftrightarrows) = c(x\leftrightarrows \cup y\leftrightarrows)$
3.5	$x\rightleftarrows \subseteq c(x\rightleftarrows)$	4.5	$c(x\rightleftarrows) \cup c(y\rightleftarrows) = c(x\rightleftarrows \cup y\rightleftarrows)$

3.6 $x\rightleftarrows \not\subset c(x\leftrightarrows)$ 4.6 $c(x\rightleftarrows) \cup c(y\leftrightarrows) = c(x\rightleftarrows \cup y\leftrightarrows)$

3.7 $x\leftrightarrows \not\subset c(x\rightleftarrows)$ 4.7 $c(x\leftrightarrows) \cup c(y\rightleftarrows) = c(x\leftrightarrows \cup y\rightleftarrows)$

3.8 $x\leftrightarrows \subseteq c(x\leftrightarrows)$ 4.8 $c(x\leftrightarrows) \cup c(y\leftrightarrows) = c(x\leftrightarrows \cup y\leftrightarrows)$

4. Äquivalenzen des Zusammenhangs

C_1 (x, y) $\Leftrightarrow x^{\rightarrow} \cap y^{\rightarrow} \neq \varnothing$ / $x^{\rightarrow} \cap y^{\leftarrow} = \varnothing$ / $x^{\leftarrow} \cap y^{\rightarrow} = \varnothing$ / $x^{\leftarrow} \cap y^{\leftarrow} \neq \varnothing$

C_2 (x, y) $\Leftrightarrow x^{\rightarrow} \cap c(y^{\rightarrow}) \neq \varnothing$ / $x^{\rightarrow} \cap c(y^{\leftarrow}) \neq \varnothing$ / $x^{\leftarrow} \cap c(y^{\rightarrow}) \neq \varnothing$ / $x^{\leftarrow} \cap c(y^{\leftarrow}) \neq \varnothing$

od. $c(x^{\rightarrow}) \cap y^{\rightarrow} \neq \varnothing$ / $c(x^{\rightarrow}) \cap y^{\leftarrow} \neq \varnothing$ / $c(x^{\leftarrow}) \cap y^{\rightarrow} \neq \varnothing$ / $c(x^{\leftarrow}) \cap y^{\leftarrow} \neq \varnothing$

C_3 (x, y) $\Leftrightarrow c(x^{\rightarrow}) \cap c(y^{\rightarrow}) \neq \varnothing$ / $c(x^{\rightarrow}) \cap c(y^{\leftarrow}) \neq \varnothing$ / $c(x^{\leftarrow}) \cap c(y^{\rightarrow}) \neq \varnothing$ / $c(x^{\leftarrow}) \cap c(y^{\leftarrow}) \neq \varnothing$

C_1 (x, y) $\Leftrightarrow x\rightleftarrows \cap y\rightleftarrows \neq \varnothing$ / $x\rightleftarrows \cap y\leftrightarrows = \varnothing$ / $x\leftrightarrows \cap y\rightleftarrows = \varnothing$ / $x\leftrightarrows \cap y\leftrightarrows \neq \varnothing$

C_2 (x, y) $\Leftrightarrow x\rightleftarrows \cap c(y\rightleftarrows) \neq \varnothing$ / $x\rightleftarrows \cap c(y\leftrightarrows) \neq \varnothing$ / $x\leftrightarrows \cap c(y\rightleftarrows) \neq \varnothing$ / $x\leftrightarrows \cap c(y\leftrightarrows) \neq \varnothing$

od. $c(x\rightleftarrows) \cap y\rightleftarrows \neq \varnothing$ / $c(x\rightleftarrows) \cap y\leftrightarrows \neq \varnothing$ / $c(x\leftrightarrows) \cap y\rightleftarrows \neq \varnothing$ / $c(x\leftrightarrows) \cap y\leftrightarrows \neq \varnothing$

C_3 (x, y) $\Leftrightarrow c(x\rightleftarrows) \cap c(y\rightleftarrows) \neq \varnothing$ / $c(x\rightleftarrows) \cap c(y\leftrightarrows) \neq \varnothing$ / $c(x\leftrightarrows) \cap c(y^{\rightarrow}) \neq \varnothing$ / $c(x\leftrightarrows) \cap c(y\leftrightarrows) \neq \varnothing$

usw.

5. Mereotopologische Basis-Definitionen

5.1. $O(x^{\rightarrow}, y^{\rightarrow}) := \exists z(P(z^{\rightarrow}, x^{\rightarrow}) \wedge P(z^{\rightarrow}, y^{\rightarrow}))$

$O(x^{\leftarrow}, y^{\leftarrow}) := \exists z(P(z^{\leftarrow}, x^{\leftarrow}) \wedge P(z^{\leftarrow}, y^{\leftarrow}))$ Überlappung

5.2. $A(x, y) := \quad C(x^{\rightarrow}, y^{\rightarrow}) \wedge \neg O(x^{\rightarrow}, y^{\rightarrow})$

$A(x^{\leftarrow}, y^{\leftarrow}) := C(x^{\leftarrow}, y^{\leftarrow}) \wedge \neg O(x^{\leftarrow}, y^{\leftarrow})$ Angrenzung

5.3. $E(x, y) := \quad P(x^{\rightarrow}, y^{\rightarrow}) \wedge P(y^{\rightarrow}, x^{\rightarrow})$

$E(x, y) := \quad P(x^{\leftarrow}, y^{\leftarrow}) \wedge P(y^{\leftarrow}, x^{\leftarrow})$ Gleichheit

5.4. $PP(x, y) := \quad P(x^{\rightarrow}, y^{\rightarrow}) \wedge \neg P(y^{\rightarrow}, x^{\rightarrow})$

$P(x^{\leftarrow}, y^{\leftarrow}) \wedge \neg P(y^{\leftarrow}, x^{\leftarrow})$ echter Teil

5.5. $TP(x, y) := \quad P(x^{\rightarrow}, y^{\rightarrow}) \wedge \exists z^{\rightarrow}(A(z^{\rightarrow}, x^{\rightarrow}) \wedge A(z^{\rightarrow}, y^{\rightarrow}))$

$P(x^{\leftarrow}, y^{\leftarrow}) \wedge \exists z^{\leftarrow}(A(z^{\leftarrow}, x^{\leftarrow}) \wedge A(z^{\leftarrow}, y^{\leftarrow}))$ tangentialer Teil

5.6. $O(x\rightleftarrows, y\rightleftarrows) := \exists z(P(z\rightleftarrows, x\rightleftarrows) \wedge P(z\rightleftarrows, y\rightleftarrows))$

$O(x\leftrightarrows, y\leftrightarrows) := \exists z(P(z\leftrightarrows, x\leftrightarrows) \wedge P(z\leftrightarrows, y\leftrightarrows))$ Überlappung

5.7. $A(x, y) := \quad C(x\rightleftarrows, y\rightleftarrows) \wedge \neg O(x\rightleftarrows, y\rightleftarrows)$

$A(x\leftrightarrows, y\leftrightarrows) := C(x\leftrightarrows, y\leftrightarrows) \wedge \neg O(x\leftrightarrows, y\leftrightarrows)$ Angrenzung

5.8. $E(x, y) := \quad P(x\rightleftarrows, y\rightleftarrows) \wedge P(y\rightleftarrows, x\rightleftarrows)$

$E(x, y) := \quad P(x\leftrightarrows, y\leftrightarrows) \wedge P(y\leftrightarrows, x\leftrightarrows)$ Gleichheit

5.9. $PP(x, y) := \quad P(x\rightleftarrows, y\rightleftarrows) \wedge \neg P(y\rightleftarrows, x\rightleftarrows)$

$P(x\leftrightarrows, y\leftrightarrows) \wedge \neg P(y\leftrightarrows, x\leftrightarrows)$ echter Teil

5.10. $TP(x, y) := \quad P(x\rightleftarrows, y\rightleftarrows) \wedge \exists z\rightleftarrows (A(z\rightleftarrows, x\rightleftarrows) \wedge A(z\rightleftarrows, y\rightleftarrows))$

$P(x\leftrightarrows, y\leftrightarrows) \wedge \exists z\leftrightarrows (A(z\leftrightarrows, x\leftrightarrows) \wedge A(z\leftrightarrows, y\leftrightarrows))$ tangentialer Teil

Bibliographie

Kaehr, Rudolf, Diamond Calculus of Formation of Forms. http://www.thinkartlab.com/pkl/media/Diamond%20Calculus/Diamond%20Calculus.pdf (2011)

Toth, Alfred, Gerichtete semiotische Objekte. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Gericht.%20sem.%20Obj..pdf (2009)

Toth, Alfred, Einfachste Gesetze einer Mereotopologie gerichteter Mengen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, http://www.mathematical-semiotics.com/pdf/Gerichtete%20Mereotop..pdf (2010)

Toth, Alfred, Quadralektische Distinktionen zur systemtheoretischen Notation von Zeichenprozessen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics (2011)

6.5.2011